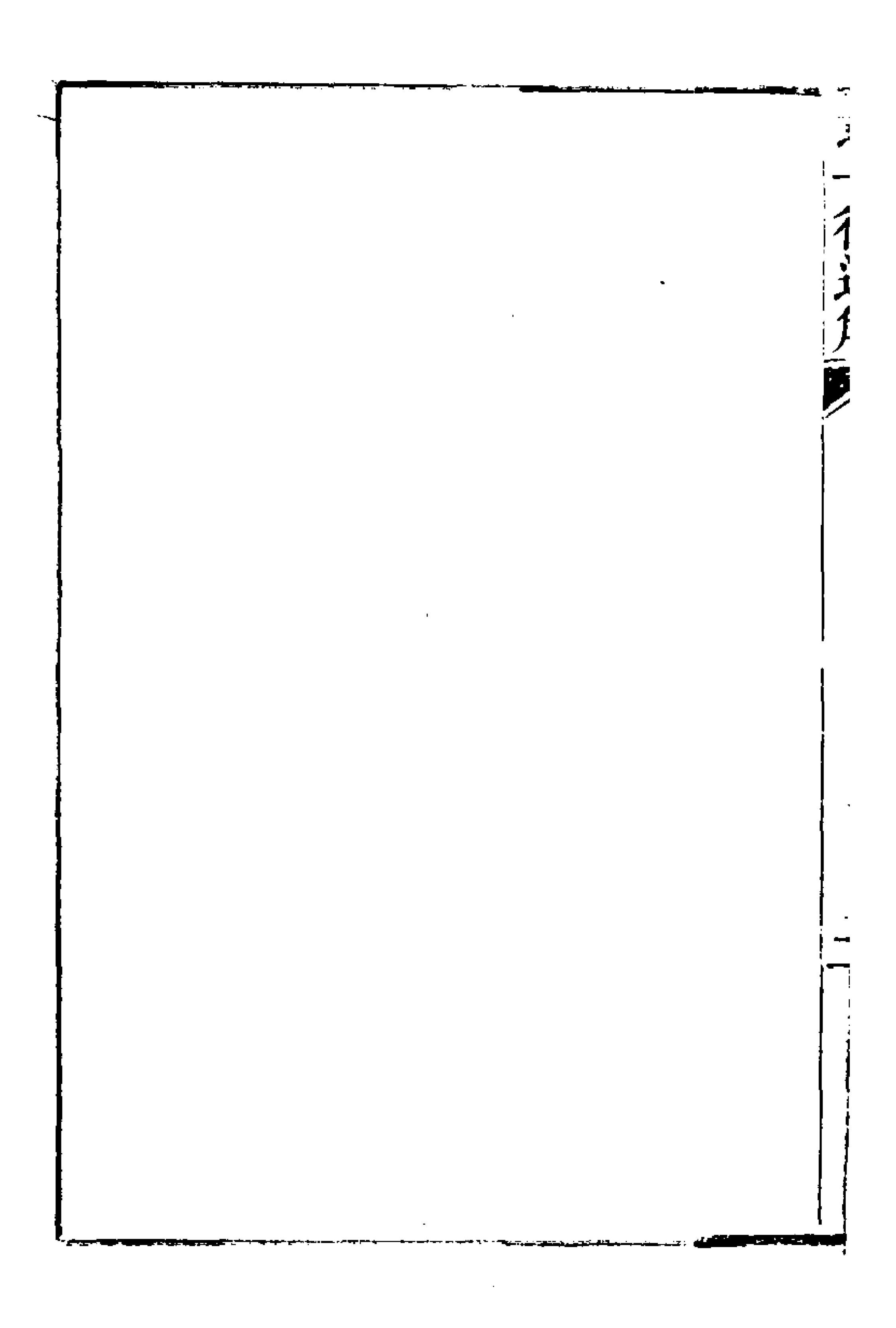
求一術通解

求一術通解序

黃君玉屏與余同習算時吾湘言算者丁果臣先生爲之倡先生年幾七十嗜算之心老而彌篤凡近日之善言算者先生皆訂交焉余學雖淺先生不棄亦引爲忘年交余與黃君皆師事之黃君健於思而銳於進凡古算之繁者深者變幻而莫測者必一一究其源嘗言數莫簡於較西算之精善於求較耳余心折焉自是君所立算法所言算理與余多暗合先是余增訂徐君青先生割圜綴術既成忽悟通分捷法析分母分子爲極小數根而同者去之凡多項通分頃刻立就因演數草手錄成帙君方校訂時君

淸甫求一術指閱余法遂悟泛母求定母捷法繼又悟求乘率捷法又月餘遂成通解二卷示余余惟近日精算諸家後先接踵精思妙理鑿險通幽其因仍舊術而絕無增變者惟大衍一術已耳夫孫子算經物不知數一題以三五七立算在大衍題尙爲淺顯經中有術無草殆未深求至理原非有意故秘機緘至宋秦氏始立約分求等求乘率諸法數雖煩瑣理實精深後之攻是術者皆未能洞悉其源是以於所以然之理俱未能切近言之也今黃君是書極力推闡簡捷精詳於秦術之外別樹一幟而理亦殊塗同歸且大衍諸題算式不一古法每次約分祇得一式

遺漏良多今變爲數根端倪畢露可謂簡而彌賅而以記數解秦氏天元尤爲千古卓見較之前人洵所謂後來居上者矣書成余慫恿付梓因書此以道黃君之意並質之果臣先生以爲何如也同治甲戌夏月湘陰左潛序



敘

自孫子筭經物不知數一題有術無草後人罕通其妙遂無有論及者宋秦氏道古以大衍釋之其法始顯

國朝駱氏春池張氏古愚各有專書然求等約分頭緒不一初學茫然近日時君清甫求一術指立法稍簡亦僅識其當然而於所以然終闕如也同治癸酉左君壬叟衍通分捷法一帙將分母分子析爲各數根任以多項通分頃刻可得可謂善於求較者矣余因悟大衍術析各泛母以求定母形跡顯露術理朗然較之舊術簡而愈詳夫立天元一始見於秦氏數書九章繼見於李氏測圓海鏡李氏

之天元得梅文穆以借根方釋之而彰而秦氏之天元焦氏理堂李氏秋紉各執一說究之皆未暢其旨竊謂秦氏以記衍數一次為天元別無深理以此釋之令閱者瞭如指掌於是思索三日復商搉左君乃盡為注釋並就正吾師丁果臣先生先生精算理為楚南絕學之倡而於時君術指尤所推許余故就時君諸題更別為演草然則算數之理其果為無盡者耶使時君見之未知更以為何如也

甲戌仲春月新化黃宗憲自記

求一術通解

例言

一求定母。舊術極繁。至求一術指稍歸簡捷。而約分之理仍不易明。今析各泛母爲極小數根。瞭如指掌。遇題有多式者。一索無遺。

一求衍母。以各定母連乘。與舊術同。

一求衍數。舊術以定母除衍母得其衍數。今以餘位定母連乘、亦得本位衍數。布筭時取便用之。

一舊術有求奇數之例。今不用。

一求乘率。舊術先以奇定相求、得奇一。再立天元、累乘累

加亦覺眩目。今以定母衍數對列。輾轉相減。遞求寄數。即爲乘率。不立天元。

一定母累減衍數、即餘一者。無乘率。即以衍數爲用數。有乘率者、以乘率乘衍數。所得爲用數。與舊術同。

一舊術有借用數之法。贅設。刪之。

一大衍題、荅數無窮。古人皆設所求數少於衍母。故併各總數、滿衍母去之。不滿即所求。若遇所求數多於衍母者、則不然也。此論原書未及。今特詳之。

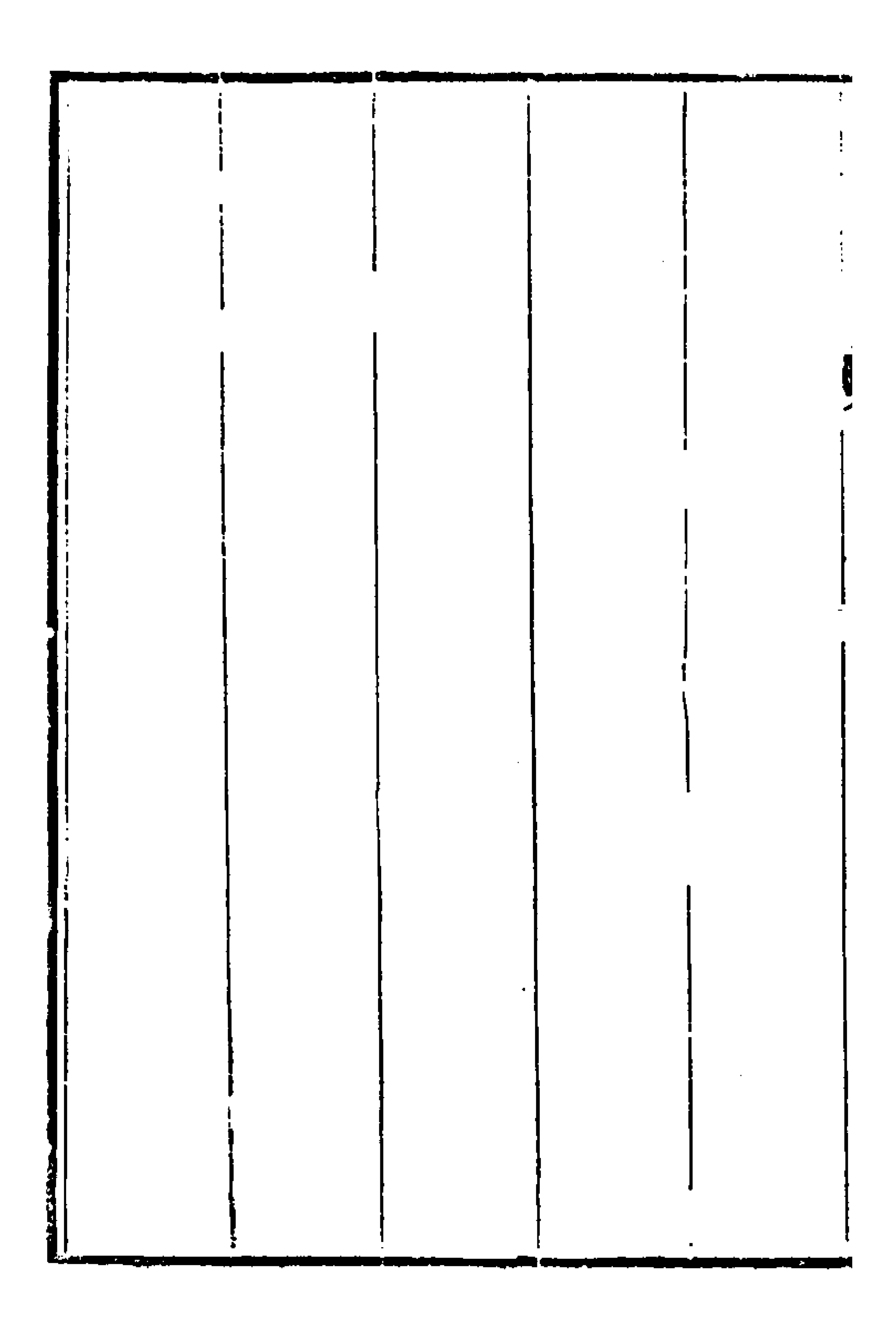
一是編所定新法。意在明數理之相通。非敢與古人辨得失。謹述數題。申明術意而止。

一是編分上下二卷。上卷發明古人立公式之理。下卷則隨題立法。故另設數題。以明用捷法之理。

一求乘率恆以衍數餘一而止。茲增補求反乘率法。卻以定母餘一而止。卷末亦另設新題。以明其用。

一大衍術有可以代數求者。乃近日曾君栗誠所述。附錄於後。理亦與本術相通。

一是編釋案辭取淺顯。以便初學。雖傷煩冗。亦所不計。倘有不盡術意者。更俟　高明增補之



求一術通解卷上

新化黃宗憲小谷編述
湘陰左　潛壬叟參定

今有數不知總。任命一數累減之。或有賸或無賸復易一數累減之。或有賸或無賸再易一數累減之。或有賸或無賸欲求總數。其術如何。

荅曰。荅數無窮。理固如是。然各題所求總。以初荅爲主、

按此祇三次減數。即孫子原術也。凡製題、自兩次以至多次。皆可任意命數。求法不殊。

術曰。置各減數分行列之、曰泛母。析泛母析法詳後爲諸數根、凡二、三、五、七、及不能成异之數皆曰數根。以求定母。求法詳後各定母連乘爲

衍母。復以定母除衍母。得其衍數。（或以餘位定母連乘。亦得本位衍數。）再以定母累減衍數以求一。其初次減得一者。即以衍數爲用數。若初次減未得一者。則輾轉互減以求之。必至衍數得一而止。其所寄數（求法詳後）爲乘率。以乘衍數得用數。既得各用數。仍分位列之爲一表。乃視題中某位賸數若干。（某位無賸數則乘之不用。）以本位用數乘之爲總數。逐位求總數畢。乃併之爲所求率。每減衍母一次得一荅。不足減者即初荅。（若每加衍母。則荅數無窮。）

析泛母法

置各行泛母爲實。先以二・三・五・七各小根爲法。逐行分

次累除之。至四小根皆不受除。乃驗不受除之數、皆成根卽止。或有未成根者、則以除得之根爲法除之、至皆不受除。再驗不受除之數、皆成根卽止。抑或有未成根、又不受已得各根之除者、以未成根之數求等。以等爲法除之。至各數皆無等而止。書其末次得數、及每次用以爲法之數於本位下。是爲諸根。

數根表

單	𝍡	𝍢	𝍤	𝍦
一十	𝍩𝍠	𝍩𝍢	𝍩𝍦	𝍩𝍨
二十	𝍪𝍢	𝍪𝍨		
三十	𝍫𝍠	𝍫𝍦		
四十	𝍬𝍠	𝍬𝍢	𝍬𝍦	
五十	𝍭𝍢	𝍭𝍨		
六十	𝍮𝍠	𝍮𝍦		
七十	𝍯𝍠	𝍯𝍢	𝍯𝍨	
八十	𝍰𝍢	𝍰𝍨		
九十	𝍱𝍦			

一求定母法

前法析泛母畢。乃徧視各同根。如三與三、五與五之類。取某行最多者用之。餘行所有棄之不用。再視本行所有異根。如三與五之類。或少於他行、則棄之。因他行已用、則此行必棄。抑或多於餘行、亦用之。或與他行最多者等、則此兩行隨意用之。用此則棄彼。用彼則棄此。以所用數根連乘之、即得本行定母。若某行各根皆少於他行者。則此位無定母。

求寄數法

列定母於右行。列衍數於左行。左角上預寄一數。○按預寄一數者、是記此一个衍數也。原書謂之立天元一。轆轉累減。凡定母與衍數轆轉累減、則其上所寄數必轆轉累加。至衍數餘一即止。視左角上寄數爲乘率。若求反乘率、至定母餘一

卽止視右角上寄數爲反乘率

按兩數相減。必以少數爲法。多數爲實。其法上無寄數者。不論減若干次。減餘數上仍以一爲寄數。其實上無寄數者。減餘數上以所減次數爲寄數。其法上實上俱有寄數者。視累減若干次。以法上寄數亦累加若干次於實上寄數中。卽得減餘數上之寄數矣。

已上求一術之大旨。明後則隨題演草詳釋。

今有物不知數。三三數之賸二。五五數之賸三。七七數之賸二。問物幾何。

答曰。二十三。

術曰。三三數之賸二。置一百四十。五五數之賸三。置六十三。七七數之賸二。置三十。併之、得二百三十三。以二百一十減之、卽得。凡三三數之賸一、則置七十。五五數之賸一、則置二十一。七七數之賸一、則置一十五。一百六以上、以一百五減之、卽得。以上錄原草

草曰。置三五七列爲三行。曰泛母。依術求定母、衍母、衍數、列式如左。

行泛母	說	定母	衍母	衍數
行泛母𝍢	三卽數根不可析	定母𝍢	衍母𝍠〇𝍤	衍數𝍫𝍤
行泛母𝍤	五卽數根不可析	定母𝍤		衍數𝍪𝍠
行泛母𝍦	七卽數根不可根	定母𝍦		衍數𝍩𝍤

三位泛母俱是數根，不可析。卽為定母。連乘之得𝍠〇𝍤為衍母。副置三位，以一行定母𝍢除之、得𝍢𝍤為一行衍數。以二行定母𝍤除之、得𝍡𝍠為二行衍數。以三行定母𝍦除之、得𝍠𝍤為三行衍數。

求衍數又法。以二三行定母五七相乘、得三十五、為一行衍數。以一三行定母三七相乘、得二十一、為二行衍數。以一二行定母三五相乘、得一十五、為三行衍數。按舊術求衍數用除，今以乘易之，得數皆同。不獨此題可易、卽他題之有多位者乘除皆可相通。蓋衍母為諸定連乘所得，故餘定連乘之數卽為本定除衍母之數矣。後凡求衍數做此。餘題不備述。

既得各行定母衍數。兩兩對列。以求一入之。式如左。

定母|||　右累減
衍數||≡　左餘||

|||　左減右一
⊤||　次餘|

⊤|　右減左一
⊤||　次餘|

=|　寄數二為乘率

列定母|||於右行。衍數||≡左角上預寄一數於左行。以右累減左。餘||。仍列左行、仍寄一數再以定母|||對列右行。以左減右一次。餘|。仍列右行。以次數一乘左上寄數一。仍得一。寄右角上。左餘⊤||對列左行以右減左一次。餘|。仍列左行。以次數一乘右上寄數一。仍得一。加於左上寄數一中得二。仍寄左角。、左行得一即止。其左角寄數二即乘率。以乘衍數||≡。得丌。為一行用數。

定母|||||　右累減
衍數|⊢　左餘|

⊤|　寄數一為乘率

如法列式。以右累減左。餘〡。仍列左行。仍寄一數左行得一即止。其左角寄數一。即乘率。以乘衍數〢一。仍得〢一為二行用數。

按以一乘者。其數不長。數既不長。乘率可省。凡遇定母累減衍數得一者。是為無乘率。即以衍數為用數。

定母〧	右累減 左餘〡
衍數〡≡	

〡 無乘率

依法求之。無乘率。即以衍數〡≡為三行用數。

既得各用數。分位列之如左。

三用數⊤〇	五用數〢一	七用數〡≡

右表爲公式。凡以三·五·七分位各累減之。所賸之數皆可以此式馭之。餘題仿此。

乃視題中三三數之賸二。以二乘三用數𝍯〇。得𝍠𝍬〇、爲總。五五數之賸三。以三乘五用數𝍪𝍠。得𝍮𝍢、爲總。七七數之賸二。以二乘七用數𝍩𝍤。得𝍫〇、爲總。併三總。得二百三十三。爲所求率。滿衍母一百〇五去之。不滿二十三。卽所求物數。

右卽孫子原題。爲求一之祖。首錄之、取其淺近。爲初學示規矩。故詳演細草而不釋。

推計土功

問築堤起四縣夫。分里步皆同。齊闊二丈。里法三百六十步步法五十八寸。人夫以物力差定。甲縣物力一十三萬八千六百貫。乙縣物力一十四萬六千三百貫。丙縣物力一十九萬二千五百貫。丁縣物力一十八萬四千八百貫。每力七百七十貫科一名。春程人功平方六十尺。先到縣先給。今甲乙二縣俱畢。丙縣餘五十一丈。丁縣餘一十八丈。不及一日全功。欲知堤長、及四縣夫所築各幾何。

荅曰。堤長一十九里二百三十五步五尺。

甲縣夫築一千二十六丈。乙丙丁同 乙縣夫築一千七百六十八步五尺六寸。甲丙丁同 丙縣

夫築四里三百二十八步五尺六寸。甲乙丁同。

丁縣夫築同前三縣數

草曰。置甲縣力一十三萬八千六百貫。乙縣力一十四萬六千三百貫。丙縣力一十九萬二千五百貫。丁縣力一十八萬四千八百貫。以程功六十尺。徧乘之。皆以貫默約之。甲得八百三十一萬六千尺。乙得八百七十七萬八千尺。丙得一千一百五十五萬尺。丁得一千一百〇八萬八千尺。各爲實。次以力率七百七十貫乘堤齊闊二十尺。亦以貫默約之。得一萬五千四百尺。爲法。徧除令實。甲得五十四丈。乙得五十七丈。丙得七十五丈。

丁得七十二丈。各爲四縣衆夫每日築長率以上錄原草

乃置甲五十四丈、乙五十七丈、丙七十五丈、丁七十二丈、各爲泛母。列爲四行依法求定母衍母衍數式如左。

	泛母	析母	定母	衍數
甲	甲泛母54	析母二三三三	定母27	衍數3800
乙	乙泛母57	析母三19	定母19	衍數5400
丙	丙泛母75	析母三五五	定母25	衍數4104
丁	丁泛母72	析母二二二三三	定母8	衍數12825

衍母102600。

甲泛54、以二除之得27。以三除之得9。又以三除之得3。併法數二、三、三、共得二三三三、書於本位下、乙泛

54、以三除之得18。併法數三。共得三18、書於本位下。

丙泛𝍯𝍤、以三除之、得𝍪𝍤。以五除之、得𝍤。併法數三五。共得三五五、書於本位下。丁泛𝍯𝍡、以二除之、得𝍫𝍥。又以二除之、得旨。又以二除之、得𝍨。以三除之、得𝍢。併法數二二二三。共得二二二二三三、書於本位下。凡析泛母。先以二、三、五、七各為法。倣此除之。至四數皆不可除。即得諸根者。本題詳之。或有末次得數未成根者。則求等除之。詳新擬第一題。餘題不備述。

甲行有一个二、三个三。其一个二少於丁行、棄之。三个三。多於餘行、用之。凡已用之根旁必作△號

乙行有一个三、一个旨。其一个三、少於甲行、棄之。一个旨。餘行所無、用之。

丙行有一个三、兩个五。其一个三、少於甲行、棄之。兩个

五。餘行所無用之　丁行有三个二、兩个三。其兩个三。少於甲行、棄之。三个二。多於甲行、用之。審畢以甲行所用三个三連乘、得‖⊥為甲定。以乙行所用旨卽為乙定。以丙行所用兩个五相乘、得‖≡為丙定。以丁行所用三个二連乘、得Ⅲ為丁定。乃以四位定母連乘、得|〇Ⅲ為衍母。各依法求之。卽得各位衍數。

釋曰。泛母中所藏各根、參差不一。今析之、使其顯露在外。以之求定母、一目了然。求定母亦無深理。是必使各行皆無等、方可為求一之用。其以某根用於此行、而餘行同者棄之。卽欲此行不與餘行同等之意

假如有兩數各藏有同根試以此兩數互減必有等其等卽同根舊術云約一存一卽棄彼用此之謂

各定母既已無等仍與各泛母相應故求得衍母亦必與各泛母相應試置衍母以各定母分位累減之必適盡若以泛母依樣減之亦然是衍母為全題之範圍矣衍數為餘定連乘所得必為餘定度盡之數而諸定皆無等故獨為本定度不盡有此餘定可度盡而本定度不盡之衍數然後馭題有把握矣

既得各行定母衍數兩兩對列以求一入之式如左

定母 ‖⊥	衍數 ‖‖⊥∞
右累減	左餘 ‖
‖⊥ 左減右一	二 ‖ 次餘 ⊤⊤
一 ⊤⊤ 右減左三	‖ 次餘 ⊤
一 ⊤⊤ 左減右一	三 ⊤ 次餘 丨
四 丨 右減左五	三 ⊤ 次餘 丨
	二三 丨

列定母|⊨於右行。衍數||⊨。左角上寄一數。預於左行。以右累減左。餘||。仍列左行。仍寄一數。再以定母|⊨對列右行。以左減右一次。餘丌、仍列右行。以次數一、乘左上寄數一。仍得一。寄右角上。左餘丅|。對列左行。以右減左二次。餘丅仍列左行。以次數二、乘右上寄數一。得二。加入左上寄數一。得三。仍寄左角。右餘丌對列右行。以左減右一次。餘|仍列右行。以次數一、乘左上寄數三。仍得三。加入右上寄數一、得四。仍寄右角。左餘≡丅對列左行。以右減左五次。餘|、仍列左行。以次數五、乘右上寄數四。得二十。加入左上寄數三。得二十三。仍寄左角。左行餘一即止。其左角寄數二十三為乘率。凡定母小衍數大者、仿此。其定母大衍數小者、詳程行相及題中。餘題不備述。以乘衍數||⊨、得≡⊫。為甲用數。

釋曰、前式求得衍數、不能備全題之用。凡遇題中某位膭數與某行定母累減衍數之所餘相應者、則不合。如甲縣餘四十七丈或二十丈、則甲行可不求乘率。卽以其衍數爲甲總。乙縣餘二十三丈或四丈或四十二丈、則乙行可不求乘率。卽以其衍數爲乙總。餘倣此。故有求一之法以通之。求一者、是求衍數中之一。所以寄數祗記衍數之次數。其首層餘𝍡。是以若干个定母減一个衍數之所餘也。故餘數上角寄一數。第二層餘𝍦、是以一个衍數減若干个定母之所餘也。故餘數上角亦寄一數。第三層餘𝍥、是以若干个定母減三个衍數之所餘也。故餘數上角寄三數。第四層餘𝍠、是以四个衍數減若干个定母

之所餘也。故餘數上角寄四數第五層餘丨、是以若干个定母減二十三个衍數之所餘也。故餘數上角寄二十三數。其衍數至此已得一。故以二十三爲乘率。以乘衍數爲用數者、是用二十三个衍數以求一也。所以然之理、試而知之。置一个衍數爲實。以定母累減之、餘‖。再加一个衍數、共𝍣。仍以定母累減之、餘⊦。再加一个衍數、共𝍢。仍以定母累減之、餘丅。再如是累加累減。必加至二十二个。併初置爲實一个、共計二十三个衍數、定母累減始餘一也。求一之理固如此。而式中用輾轉互減者、乃捷法耳。

乙定 丄三
衍數 ||||丄
右累減
左餘 |||

一 |||| 丄三
左減右四
次餘 |||

一 |||| 四 |||
右減左一
次餘 |

五 |

依法求得乘率五以乘衍數||||丄、得||||⊥為乙用數。

丙定 |三
衍數 ≡||||
右累減
左餘 ||||

一 |||| |三
左減右六
次餘 |

一 |||| 六 |
右減左三
次餘 |

二九 |

依法求得乘率一十九以乘衍數≡||||、得≡||||丄為丙用數。

丁定 |||
衍數 ||||丅
右累減
左餘 |

一 |

依法求之無乘率。卽以衍數||||丅、為丁用數。

既得各用數。仍分位列之式如左。

甲	乙	丙	丁
用數[illegible]	用數[illegible]	用數[illegible]	用數[illegible]

乃視題中甲乙二縣無餘數。唯丙縣餘[illegible]。以乘用數[illegible]、得[illegible]、為丙總。丁縣餘[illegible]。以乘用數[illegible]、得[illegible]、為丁總。併二總得四百二十〇萬七千六百二十六丈。為所求率。滿衍母[illegible]去之。餘一千〇二十六丈。為各縣所築堤長。

釋曰。凡置一个用數為實。以本位定母累減、必餘一。以他位定母累減、必無餘。若置二个用數為實。以本位定母累減、必餘二。以他位定母累減、亦必無餘。由是推之。三个用數以往、無不皆然。以億數乘用數為

總者、是倍用數中之餘一與賸數等。仍爲他定所度盡也。試以丙泛（因泛母與定母相應）累減丙總、必餘卌。（卽丙縣賸數）若以甲乙丁各泛累減、皆無餘。又以丁泛累減丁總、必餘丄。（卽丁縣賸數）若以甲乙丙各泛累減、皆無餘。（按遇有泛母累減本總、餘數與題中賸數不合者、以本定母加減之必合。又以他泛母減不盡者、以他定母減必盡）以二總併之者、是合二賸數歸一數中矣。再試以丙泛累減之、必餘卌。以丁泛累減之、必餘丄。若以甲乙二泛累減之、必無餘。與題旨合。滿衍母去之者、衍母中所涵之數、循環相同。每減一次、仍合題旨。故首云若數無窮、卽其理也。

又法。題中丙縣餘||||⊦、以丙定|≡累減之餘|。卽以丙用數⊪⊦爲丙總。丁縣餘⊢、以丁定Ⅲ累減之餘||。以二乘丁用數|||⊫、得|⊫、爲丁總。併二總得⊦||||⊦、爲所求率滿衍母去之。得數亦同。

按舊法得所求率。須去多衍母。始得初荅。今以定母減贑數。以再贑之數、如法求之。得所求率。祇去一次衍母。卽得初荅。較舊法稍簡耳。後凡遇贑數大於定母者。倣此。

以四縣因之。得四千一百〇四丈。以步法五尺八寸除之。得七千〇七十五步五尺、爲堤積步。以里法三百六

十步約之得一十九里二百三十五步五尺即堤通長又置各縣所築堤長卌以步法約之得一千七百六十八步五尺六寸又以里法約之得四里三百二十八步五尺六寸各爲縣所給道里步尺數

按此題求一術指於求得衍母後以甲乙二縣無餘數棄之祇求丙丁二縣之用數其於本題自是捷法惜未達秦氏立術之原是編於有定母之位皆求用數立爲公式倘更其題曰甲丙丁三縣無餘乙縣餘四十二丈此題不可無乙用數又更其題曰甲縣餘三十七丈乙縣餘四十九丈丙縣餘二十二丈丁縣

餘五十五丈此題不可無公式由是推之求得公式

凡同泛毋之題其用不窮矣

程行相及

問有急足三名甲日行三百里乙日行二百五十里丙日行二百里先差丙往他處下文字既三日（原書作兩日）又有文字遣乙追付丙又二日（原書作己半日）復有文字續令甲趕付乙三人偶不相及乃同時俱至彼所欲知彼處去此里數並欲知乙果及丙甲果及乙日數（按原題矛盾已甚今改之）

答曰彼處去此三千里

乙果及丙一十二日

甲果及乙一十日。

按原題既三日誤既兩日又二日誤已半日。以致與同時俱至彼所句不合又原術云、均輸求之大衍入之是謂均輸可求而大衍亦可求。是編專言大衍無庸雜入均輸

草曰置甲乙丙三名日行率列爲三行。曰泛母。依法求定母、衍母、衍數式如左。

	甲	乙	丙
泛母	三六〇	二五〇	一二〇
析母	二三五五	二五五五	二三二五五
定母	三	一二五	八
衍數	一〇〇〇	二四	三七五

衍母 三〇〇〇

各泛母如法析爲根。乃視甲行有一个三、餘行所無、用之。乙行有三个五、多於餘行、用之。丙行有三个二、多於餘行、用之。以甲行所用一个三、即爲甲定、乙行所用三个五、連乘得𝍯𝍤爲乙定、丙行所用三个二連乘得𝍧爲丙定。乃以三定母連乘、得𝍠𝍧〇〇爲衍母各依法求之、得各位衍數。

既得各行定母衍數。兩兩對列。以求一入之式如左。

甲定𝍢	右累減
衍數𝍥〇〇	左餘𝍠

𝍠

依法求之、無乘率。即以衍數𝍥〇〇爲甲用數。

乙定𝍡𝍣

衍數𝍠𝍪

左減右五
次餘𝍣

一 𝍠𝍪　五 𝍣
右減左四
次餘𝍢

二一 𝍢　五 𝍣
左減右一
次餘𝍠

二一 𝍢　二六 𝍠
右減左三
次餘𝍠

九九 𝍠

如法列位、以左減右五次。餘𝍣、仍列右行。以次數五、乘左上寄數一、仍得五。寄右角上。再以衍數𝍠𝍪對列左行。以右減左四次。餘𝍢、仍列左行。以次數四、乘右上寄數五。得二十。加入左上寄數一、得二十一。仍寄左角。右餘五𝍣對列右行。以左減右一次。餘𝍠、仍列右行。以次數一、乘左上寄數二十一。仍得二十一。加入右上寄數五、得二十六。仍寄右角。左餘𝍢對列左行。以右減左三次。餘𝍠、仍列左行。以次數三、乘右上寄數二十六。得七十八。加入左上寄數二十一、得九十九。仍寄左角。左行得𝍠即止。其左角寄數九十九即乘率。凡定母大、衍數小者仿此。以乘衍數𝍠𝍪。得卽、為乙用數。

丙定 𝍢 右累減 〣 左減右一 〡 右減左六

衍數 𝍣𝍪 左餘 𝍡 𝍦 次餘 〡 𝍦 次餘 〡 七 〡

依法求得乘率七。以乘衍數𝍣𝍪。得𝍣𝍫、爲丙用數。

既得各用數。乃分位列之式如左

甲用數 〡〇〇〇	乙用數 𝍢𝍥	丙用數 𝍣𝍫

視題中甲乙丙同時俱至彼所。皆無餘數。即以衍母三千爲彼處去此里數。以丙行率𝍡〇〇除之。得一十五爲丙行日數。以乙行率𝍡𝍭〇除之。得一十二爲乙行日數即乙追及丙日數。以甲行率𝍢〇〇除之。得一十、爲甲行日數即甲追及乙日數

釋曰此題不須用數者。因三位俱無餘數故也。其衍母乃定母連乘所得。而定母又從泛母中約得來。試以泛母連乘得數。以衍母累減之、必適盡。是衍母與、泛母連乘積、相應矣。題中皆無餘數。則所求率必爲泛母連乘之積。其積與衍母相應。故以一个衍母爲初答。而兩个衍母必爲第二答矣。

按此題無用用數之處。然則求得公式果無用耶。試更一題如左。

假如有道里不知遠近。滿甲行率三百去之、賸一百。滿乙行率二百五十去之、賸二百。滿丙行率二百去之、賸

一百。問里幾何。

答曰。七百里。

草曰。以甲牘一百乘用數〡〇〇、得〡〇〇〇〇、為總。以乙牘二百乘用數𝍡〡、得𝍡〡〇〇、為總。以丙牘一百乘用數𝍣、得𝍣〇〇、為總。併三總得𝍣𝍡〡〇〇為所求率。滿衍母𝍡〡〇〇去之。不滿〇〇、即所求里。

按若以各定母減各牘數。以再牘之數求之。得所求率𝍢、較舊法所得少六十四萬八千。所求初答皆同。

積尺尋源

問欲砌基一段。見管大小方甎六門城甎四色。令匠取便。或平或側。祇用一色甎砌。須要適足。匠以甎量地計料。稱

用大方料、廣多六寸。深少六寸。用小方、廣多二寸。深少三寸。用城甎長、廣多三寸。深少一寸。以闊、廣多三寸。深少一寸。以厚、廣多五分。深多一寸。用六門甎長廣多三寸深多一寸。以闊、廣多三寸。深多一寸。以厚、廣多一寸。深多一寸。皆不匽匝、未免修破甎料、裨補其四色甎、大方方一尺三寸。小方方一尺一寸。城甎長一尺二寸。闊六寸。厚二寸五分。六門長一尺。闊五寸。厚二寸。欲知基深廣幾何。宋校云、案此深字。即儀禮南北以堂深之深。非筭術高深之深。

答曰。深三丈七尺一寸。　廣一丈二尺三寸。

草曰。置四甎方長闊厚係八數。城甎厚有分為小者、皆

通之為單大方得一百三十分。小方得一百一十分。城甎長得一百二十分。闊得六十分。厚得二十五分。六門甎長得一百分。闊得五十分。厚得二十分。錐行置之右列位稍多甎名相互今假八音為號各為泛母依法求定母、衍母、衍數。式如左。

	泛母	析母	定母	衍數
金 大方	𝍠𝍫〇	二五𝍠𝍫△	𝍠𝍫	𝍥𝍮〇〇
石 城甎長	𝍠𝍪〇	二△二△二△三五	𝍡𝍬	𝍢𝍭𝍦𝍭
絲 小方	𝍠𝍩〇	二五𝍠𝍩△	𝍠𝍩	𝍦𝍰〇〇
竹 六門長	𝍠〇〇	二二五△五△	𝍡𝍭	𝍢𝍬𝍢𝍪
匏 城甎闊	𝍮〇	二二三五	廢位	

衍母 𝍧𝍭𝍧〇〇

土 六門闕	革 城甎厚	木 六門厚
泛母 |||||〇	泛母 |≡	泛母 ||〇
析母二五五	析母五五	析母二三五
廢位	廢位	廢位

各行泛母依法析為根。乃覘金行一个𝍧、餘行所無、用之。石行三个二、多於餘行、用之一个三等於匏行、亦用之。絲行一个卜、餘行所無用之。竹行兩个五等於土革二行、亦用之。匏行有兩个二、一个三、一个五、其兩个二少於石行棄之。一个三因石行已用棄之、一个五少於竹行及土革二行、棄之。此位廢 土行有一个二、兩个五。其一个二少於石行棄之兩个五因竹行已

用棄之（此位廢）　革行兩个五因竹行已用棄之（此位廢）
木行有兩个二一个五其兩个二少於石行棄之一个
五少於竹土革三行棄之（此位廢）　審畢其四廢位皆無定
母以金行所用ㅌ、即爲金定石行所用三个二一个三、
連乘得‖≡、爲石定。絲行所用卜、即爲絲定竹行所用兩
个五相乘得‖≡、爲竹定。乃以金石絲竹四定連乘得卌。
爲衍母。各依法求之。得各衍數。
　釋曰。此題泛母八位。約成定母四位。緣後四位泛母
中所藏各根皆少於前四位。筭例用多棄少。故祗存
前四位、以求衍母及用數。足備全題之用矣。其後四

位自宜廢之。其位中遇有賸數者並廢試驗匏泛丅、與石泛⊦、相應。土泛||||、與竹泛|‥相應。革泛||三、與竹泛|‥相應。木泛||、與石泛⊦。竹泛|‥俱相應。凡廢位中有賸。其相應之位亦必有賸。其兩位所賸數或不同。而端倪已露。故泛母廢而賸數亦廢。自然之理也。秦書於求得各用數後。視某位空者。則借同類即同根之用數以補之。法嫌贅設。是編不採。

既得各行定母衍數。兩兩對列。以求一入之式如左。

金定 |三　衍數 丅‥

右累減 左餘𝍣

|三　𝍣

左減右一 次餘||||

||||　𝍣

右減左二 次餘|

三|

依法求得乘率三。以乘衍數𝍮、得𝍢𝍫、為金用數。

石定𝍠𝍫

衍數𝍡𝍧𝍬

右累減 左餘𝍥

𝍥 𝍥 左減右一 次餘𝍠

𝍠 𝍥 右減左二十 二次餘𝍠

𝍫𝍠

依法求得乘率二十三。以乘衍數𝍣𝍬、得𝍭𝍡𝍬、為石用數。

絲定𝍠

衍數𝍭𝍢

右累減 左餘𝍠

𝍩𝍠

依法求之無乘率。即以衍數𝍭𝍢為絲用數。

竹定𝍠𝍫

衍數𝍣𝍥

右累減 左餘𝍡

𝍠𝍫 𝍩𝍡 左減右三 次餘𝍢

𝍫𝍢 𝍩𝍡 右減左一 次餘𝍢

三𝍢 四𝍢 左減右一 次餘𝍠

七𝍠 四𝍢 右減左二 次餘𝍠

一八𝍠

依法求得乘率一十八。以乘衍數𝍣𝍥、得𝍭𝍢𝍠、為竹用數。

既得各位用數。乃分位列之如左。

金	石	絲	竹
用數 [rod numeral]	用數 [rod numeral]	用數 [rod numeral]	用數 [rod numeral]

求廣 視題中用大方、廣多六寸。以六十乘金用數[rod numeral]、得[rod numeral]、為總。又用城甎長、廣多三寸。以三十乘石位用數[rod numeral]、得[rod numeral]、為總。又用小方、廣多二寸。以二十乘絲用數[rod numeral]、得[rod numeral]、為總。又用六門甎長、廣多三寸。以三十乘竹用數[rod numeral]、得[rod numeral]、為總。併四總、得五百六十六萬四千〇三十、為所求率。滿衍母八萬五千八百去之不滿一千二百三十草中以分為單位是一丈二尺三寸、即所求基廣也。

求深 視題中用大方深少六寸。以六十減金泛母[illegible]、餘[illegible]。以七十乘金用數[illegible]、得[illegible]、爲總。又用城甎長深少一寸。以一十減石泛母[illegible]、餘[illegible]。以一百一十乘石用數[illegible]、得[illegible]。爲總。又用小方深少三寸。以三十減絲泛母[illegible]、餘[illegible]。以八十乘絲用數[illegible]、得[illegible]、爲總。又用六門甎長深多一寸。以一十乘竹用數[illegible]、得[illegible]、爲總。併四總、得一千一百六十七萬二千五百一十爲所求率。滿衍母八萬五千八百去之。不滿三千七百一十分爲單位。是三丈七尺一寸。卽所求基深也。

按此題以金石絲竹四定母、求衍母並用數公式。乃

此題之正式也。若仿求一術指例補之。可變成六式。

列表如左。

	金	石	絲	竹	匏	土	革	木
	析母 三五𝍰△	析母 三△三△三△三△五	析母 三五𝍮△	析母 三三五△五△	析母 三三三、五	析母 三五、五、	析母 三五、	析母 三三五
第一式	定𝍰	定𝍠𝍰	定𝍮	定𝍡𝍬	○	○	○	○
第二式	定𝍰	定𝍧	定𝍮	定𝍡𝍬	定𝍢	○	○	○
第三式	定𝍰	定𝍠𝍰	定𝍮	○	○	定𝍠𝍬	○	○
第四式	定𝍰	定𝍠𝍰	定𝍮	○	○	○	定𝍠𝍬	○
第五式	定𝍰	定𝍧	定𝍮	○	定𝍢	定𝍠𝍬	○	○
第六式	定𝍰	定𝍧	定𝍮	○	定𝍢	○	定𝍠𝍬	○

右表中六式。俱從各析母根數中審得之。除第一式審法已詳外。再以石行中所用之一个三、移用於匏行、即爲匏定。則石行祇用三个二、連乘得八、爲石定。共得金石絲竹匏五位、爲第二式。再以第一式中竹行所用兩个五、移用於土行、相乘爲土定。得第三式。再移用於革行、爲革定。得第四式。又以第二式中竹定、如法移之。即得五六兩式。總之、求得一式。其用不窮。餘式皆贅。是編姑存其式。不逞演草。後之明算君子、試任取一式依法求之。得數無不脗合矣。

右三題本數書九章

今有數不知總以五累減之無賸以七百一十五累減之賸一十以二百四十七累減之賸一百四十以三百九十一累減之賸二百四十五以一百八十七累減之賸一百零九問總數若干

答曰一萬〇〇二十

草曰命一次減數五爲甲二次減數七百一十五爲乙三次減數二百四十七爲丙四次減數三百九十一爲丁五次減數一百八十七爲戊列爲五行曰泛母依法求定母衍母衍數式如左

甲泛母𝍤	析母五	廢位

泛母	析母	定母
乙泛母[illegible]	析母五[illegible]△[illegible]△	定母[illegible]
丙泛母[illegible]	析母[illegible]△[illegible]△	定母[illegible]
丁泛母[illegible]	析母[illegible]△[illegible]△	定母[illegible]
戊泛母[illegible]	析母[illegible]	廢位

衍母[illegible]

衍數	衍數	衍數
衍數[illegible]	衍數[illegible]	衍數[illegible]

視甲泛𝍤已成根不可析。即書五於本位下。以四小根除各泛、皆不受除。惟以五為法、除乙泛[illegible]、得[illegible]。以[illegible]與丙泛求等、得[illegible]。以[illegible]為法、除[illegible]得[illegible]。併兩次法數五[illegible]。共得五[illegible][illegible]、書於乙位下。　又以[illegible]為法、除丙泛[illegible]得[illegible]。併法數[illegible]共得[illegible][illegible]、書於丙位下。　又以[illegible]為法、除丁泛、戊泛、皆不受除。又以[illegible]為法除丁泛、不受除、除

戊泛∥卜、得卜、併法數卜。共得卜卜、書於戊位下。又以
卜為法、除丁泛川卜得卜。併法數卜。共得卜卜、書於丁位
下。析畢、乃視甲行一个五、等於乙行、棄之。此位廢　乙
行一个五、用之。一个卜、棄之。一个卜、用之。丙行一个
卜、用之。一个卜、用之。丁行一个卜、用之。一个卜、用之。
戊行一个卜、一个卜、俱棄之。此位廢　以乙行所用五
卜相乘、得川卜、為乙定。以丙行所用卜卜相乘、仍得川卜、
為丙定。以丁行所用卜卜相乘、仍得川卜、為丁定。乃
以乙丙丁三定連乘、得川卜為衍母。依法求之、得各衍數。
既得各定母衍數、兩兩對列、以求一入之式如左。

乙定[籌] 右累減 左餘[籌]
衍數[籌]
左減右一 次餘[籌]
右減左二十 七次餘一

依法求得乘率一十八以乘衍數[籌]得[籌]爲乙用數。

丙定[籌] 右累減 左餘[籌]
衍數[籌]
左減右十 五次餘[籌]
右減左二 次餘[籌]
左減右三 次餘一
右減左二 次餘一

依法求得乘率百卅九以乘衍數[籌]得[籌]爲丙用數。

丁定[籌] 右累減 左餘[籌]
衍數[籌]
左減右一 次餘[籌]
右減左二 次餘[籌]
左減右二 次餘[籌]
右減左十 次餘一

依法求得乘率四十三以乘衍數[籌]得[籌]爲丁用數

既得各位用數乃分位列之如左

乙	丙	丁
用數	用數	用數
[算籌數]	[算籌數]	[算籌數]

視題中坣累減之賸一十。以一十乘乙用數[算籌數]、得[算籌數]為總。又[算籌數]累減之賸一百四十。以一百四十乘丙用數[算籌數]得[算籌數]、為總。又[算籌數]累減之賸二百四十五。以二百四十五乘丁用數[算籌數]得[算籌數]為總。併三總、得五億七千八百九十八萬九千一百三十五、為所求率。滿衍母五百三十一萬一千七百三十五去之。不滿一萬〇〇二十、即得所求之總數矣。

附列各變式表於左、以資考證。

	甲	乙	丙	丁	戊
析母	五、	五[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	定	定	定	定	定
第一式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	〇
第二式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	〇
第三式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第四式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第五式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第六式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第七式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第八式	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第九式	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	〇
第十式	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	〇
第十一式	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第十二式	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第十三式	[illegible]	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第十四式	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第十五式	[illegible]	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]
第十六式	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

今有數不知總。以一十七累減之、賸二。以一十一累減之、賸九。問總數若干。

答曰、五十三。

草曰命前減數為前。後減數為後。列為兩行。曰泛母。依法求定母、衍母、衍數式如左。

前泛母⊨	析母⊨	定母⊨	衍母≣‖	衍數⊢
後泛母⊢	析母⊢	定母⊢		衍數⊨

兩行泛母皆是數根。卽為定母。兩定母相乘。得≣‖為衍母。以兩定母互為衍數。

既得定母衍數。兩兩對列。以求一入之式如左。

前定⊨　衍數⊢

左減右一　次餘丅

丅　⊢　右減左一　次餘𝍣

二　丅　𝍣　左減右一　次餘｜

三　二　｜　𝍣　右減左四　次餘｜

一四　｜

依法求得乘率一十四。以乘衍數⊢、得≣‖‖、為前用數。

後定卜 右累減 左餘丅

衍數卞

卜	丅
左減右一	次餘||||

||||	丅
右減左一	次餘|

二|

依法求得乘率二。以乘衍數卞、得||卡、為後用數。

既得兩位用數。依位列之如左。

後 用數 ||三	前 用數 |三||||

視題中卞減之賸二。以二乘前用數目|||、得||卜𠕁、為總。又卜減之賸九。以九乘後用數||丰、得|||可、為總。併二總、得|||、丅卄為所求率。滿衍母卄丅去之。不滿|||丰、為所求總數。

右二題新擬

求一術別題 增

按題爲嘉定時清甫先生擬以寄詢。宗憲曾立術答之。已增刊百雞術衍書後。茲又稍加變通。並補演眞數四草。增錄於此。以見求一一術、不僅能馭孫子題類耳。

今有總數若干。爲實。以若干數爲法除之。不盡若干。乃滿若干數去之。欲知去若干次滿數。而以法除之適盡其術如何。

術曰。命法數爲天。滿數爲地。不盡數爲人。先以三項求總等。各約之。無等不約乃置天地二項以求一入之。以天比定母地

比衍數。求得乘率。以人乘之。天累減之。不足減者、卽所求去地之次數。以地乘之得數、以減原實。餘卽爲法除盡之數也。

今有數若干爲實。以若干數爲法除之。不足法。乃滿若干數加之。欲知加若干次滿數。而以法除之適盡。其術如何。

術曰。命法數爲天。滿數爲地。不足法之實數爲人。先以三項求總等。各約之。無等不約。乃置天地二項、以求一入之。以天比定母。地比衍數。求得反乘率。以人乘之。天累減之。不足減者。卽所求加地之次數。以地乘之得數、加入原實。卽爲法除盡之數也。

今有數三十三萬三千二百一十七。以一百七十四爲法除之。不盡七。乃滿五百八十一去之。問去若干次滿581而以法174除之適盡。

荅曰。去六十五次。

草曰。先以法數174、滿數581、不盡數7、三項求總等。無等不約乃以法數下同。比定母。滿數下同。比衍數。對列兩行、求乘率

右	左
法 174	滿 581
右累減	左餘59
174	一 59
左減右二次	餘56
二 56	一 59
右減左一次	餘3
二 56	三 3
左減右十八次	餘2
五六 2	三 3
右減左一次	餘1
	五九 1

如法求得乘率五十九。以乘不盡數七、得413。以174累減之餘65。即所求去滿數之次數。以581乘之、得37765。以減原

實[算籌]餘[算籌]。而以法[算籌]除之適盡。

今有數一十九萬九千九百一十四。以八十七為法除之。不盡七十五。乃滿二十一去之。問去若干次滿𝍪𝍠。而以法𝍪𝍨除之適盡。

荅曰。去一十六次。

草曰。先以法數𝍰𝍦、滿數𝍪𝍠、不盡數𝍯𝍤、求總等得三。以等三各約之。法數得𝍪𝍨。滿數得𝍦。不盡數得𝍪𝍤。乃以法定（即法約數）之滿定（即滿約數）之對列兩行、求乘率。

法 𝍪𝍨	滿 𝍦
左減右四 次餘𝍠	
四 𝍠	一 𝍥
右減左六 次餘𝍠	

二五 𝍠

如法求得乘率二十五。以乘不盡數之約數[illegible]、得[illegible]。以[illegible]累減之、餘[illegible]。即所求去滿數之次數。以[illegible]乘之、得[illegible]。以減原實[illegible]、餘[illegible]。而以法[illegible]除之適盡。

今有數七。以五百八十一爲法除之不足法。乃滿一百七十四加之。問加若干次滿[illegible]。而以法[illegible]除之適盡。

答曰。加一百一十七次。

草曰。先以法數[illegible]、滿數[illegible]、原實[illegible]、三項求總等。無等不約乃以法數滿數對列兩行、求反乘率。

法	滿
[illegible]	[illegible]
左減右三	次餘[illegible]
右減左二	次餘[illegible]
左減右一	次餘[illegible]
右減左十	八次餘[illegible]
左減右一	次餘一

如法求得反乘率一百九十七。以乘原實七、得𝍩𝍢𝍯𝍨。以𝍭𝍨累減之、餘𝍪𝍡。即所求加滿數之次數。以𝍭𝍥乘之、得𝍩𝍡𝍫𝍡。加入原實𝍦、得𝍩𝍡𝍫𝍨。而以法𝍭𝍨除之適盡。

今有數七十五。以八十七為法除之不足法。乃滿二十一加之。問加若干次滿𝍪𝍠。而以法𝍰𝍦除之適盡。

荅曰。加一十三次。

草曰。先以法數、滿數、原實、求得總等三。各約之。法數得𝍪𝍨。滿數得𝍦。原實得𝍪𝍤。乃以法定滿定對列求反乘率。

法𝍪𝍨　右減行四　次餘𝍠

滿𝍦　四𝍠

如法求得反乘率四。以乘原實之約數𝍡𝍭、得𝍠〇〇。以𝍫𝍥減之餘𝍠𝍫。即所求加滿數之次數。以𝍡𝍮乘之、得下𝍠𝍭𝍤。加入原實𝍮𝍣、得𝍢𝍬𝍧。而以法𝍫𝍦除之適盡。

求一術通解卷上

求一術通解卷上

求一術通解卷下

新化黃宗憲小谷編述
湘陰左　潛壬叟參定

今有物不知數、三三數之賸二。五五數之賸三。七七數之賸二。問物幾何。

答曰二十三。

草曰。三三之數賸二、則置三十五。五五之數賸三、置六十三。七七數之賸二、置三十。併之得一百二十八。滿一百○五去之。不滿二十三。卽所求物數。

釋曰。孫子原術。三三數之賸二、置一百四十。今祇置

三十五。所求得物數皆同者。蓋一百四十、即三十五四倍之數。而兩數中所餘、俱應題中賸數也。試置一百四十、以三三數之必餘二。又置三十五、以三三數之亦必餘二。衍數中所餘、旣應題中賸數。是此位求一可省。而徑以衍數爲總數也。若遇三三數之賸一。則又非求一不能馭。故自當以求一中所得之總數一百四十爲通法。而以衍數三十五爲總數、乃捷法耳。再設題演草驗之如後。

設有堤長不知丈數。派甲乙丙丁四縣均築之。甲縣夫每日築長率五十四丈。乙縣夫每日築長率五十七丈。丙縣

夫每日築長率七十五丈。丁縣夫每日築長率七十二丈。各縣俱築畢。不計日數。甲縣餘二十丈。乙縣餘二十三丈。丙縣餘二十六丈。丁縣餘二丈。皆不及一日全功。問堤通長若干。及各縣應築堤長若干。

荅曰。堤通長四萬〇九百〇四丈。

各縣應築堤長一萬〇二百二十六丈。

草曰。如上卷推計土功題、求得衍母及各行定母衍數。試以甲日築率五十四累減甲行衍數[illegible]。、餘二十丈。與甲縣餘數同。即以其衍數[illegible]。為甲總。　又試以乙日築率五十七累減乙行衍數[illegible]。、餘[illegible]。又以乙定母[illegible]減之、

餘二十三丈。與乙縣餘數同。卽以其衍數𝍤𝍬〇〇為乙總。又試以丙日築率七十五累減丙行衍數𝍣𝍩〇𝍬、餘𝍤𝍬。又以丙定母𝍡𝍭累減之、餘𝍣。不應丙縣餘數。則此位必求一。如前卷求得丙用數𝍯𝍦𝍱𝍦𝍮。乃以丙定𝍡𝍭減丙縣餘數𝍡𝍮、餘𝍠。以一乘丙用數不變。卽以用數𝍯𝍦𝍱𝍦𝍮、為丙總、又試以丁日築率七十二累減丁行衍數𝍩𝍡𝍰𝍡𝍭、餘𝍨。又以丁定母𝍧減之、餘𝍠。不應丁縣餘數。則此位必求一。如前卷求得丁用數𝍩𝍡𝍰𝍡𝍭。以丁縣餘二乘之、得𝍪𝍤𝍮𝍤〇為丁總。併四總、得一十一萬二千八百二十五為所求率。滿衍母一十萬〇二千六百去之。不滿一萬〇二百二十六丈。即為

各縣所築之長。以四因之。得四萬〇九百〇四丈。爲堤通長。

按此題舊法於求得公式後。必以甲縣餘二十丈乘甲用數[illegible]、得[illegible]爲甲總。以乙縣餘二十三丈乘乙用數[illegible]得[illegible]、爲乙總。以丙縣餘二十六丈乘丙用數[illegible]、得[illegible]爲丙總。以丁縣餘二丈乘丁用數[illegible]得[illegible]爲丁總。併四總得[illegible]。滿衍母[illegible]去之。不滿[illegible]、爲所求數。與新法所得同數。

釋曰。依前題之理推之。則甲總[illegible]、即甲衍數[illegible]、四百六十倍之數。而兩數中所餘。俱應題中賸數也。試置

甲總[算籌]、以甲日築率五十四累減之必餘‖。又置甲衍數[算籌]以五十四累減之、亦必餘‖。是二數中所餘、皆與甲縣餘數同矣。所以用衍數[算籌]爲總數、卽同於用[算籌]爲總數、尤爲簡捷也。

右二題論以衍數爲總之理。有時遇以定母衍數輾轉互減以求一。其衍數未得一、而衍數中之餘數恰與題中本位賸數相應者、卽以其餘數上寄數爲乘率、以乘衍數爲總數。所得亦同。再設題於後以明其理。

今有堤長不知丈數、派甲乙丙丁四縣均築之。其四縣夫

每日築長率同前題。各縣俱築畢。不計日數。甲縣賸六丈。乙縣賸五十四丈。丙縣賸三十丈。丁縣賸二十四丈。皆不及一日全功。問堤通長若干。及各縣應築堤長若干。

答曰。堤通長四萬九千九百二十丈。

各縣應築堤長一萬二千四百八十丈。

草曰。如上卷推計土功題、求得衍母及各行定母衍數。試以甲日築率五十四累減甲行衍數‖⊥。餘‖。不應題中賸數。知此位必求一。如上卷法以定母衍數對列輾轉互減至第三層。而衍數餘丁。恰與題中甲縣賸數同。卽以其上寄數三為乘率。以乘衍數‖⊥。得H‖‖。為甲總

又試以乙日築率五十七累減乙行衍數𝍣𝍭〇、餘𝍣𝍪。不應題中賸數。知此位必求一。如前卷法求得乙用數𝍠𝍭〇。乃以乙定母𝍡𝍫累減題中乙縣賸數𝍢𝍮、餘𝍠𝍮。以𝍠𝍮乘乙用數得𝍣𝍭𝍣為乙總。　又試以丙日築率七十五累減丙行衍數𝍣𝍭𝍢、餘𝍢𝍮。以丙定母𝍡𝍫減之、餘𝍠𝍫不應題中賸數。知此位必求一。如上卷法求得丙用數𝍡𝍬𝍠。乃以丙定母𝍡𝍫減題中丙縣賸數𝍡、餘𝍤。以五乘丙用數𝍡𝍬𝍠得𝍣𝍬𝍤為丙總。　又試以丁日築率七十二累減丁行衍數𝍢𝍮餘𝍢。以丁定母𝍢加二次、得𝍠𝍫。不應題中賸數。又以丁定母𝍢累減題中丁縣賸數𝍠𝍫適盡。知此位可廢。　乃併前

三總得八十三萬三千二百八十爲所求率滿衍母一十萬〇二千六百去之不滿一萬二千四百八十、即各縣所築堤長。四因之得四萬九千九百二十丈。即爲堤通長。

設有道里不知遠近。依上卷程行相及題例。滿甲行率三百去之、賸七十九里。滿乙行率二百五十去之、賸一百二十九里滿丙行率二百去之、賸七十九里。問里遠近若干。

答曰。一千八百七十九里。

草曰。如上卷程行相及題、求得衍母及各行定母衍數。試以甲行率|||〇〇累減甲行衍數|〇〇〇、餘|〇〇。又以甲定母|||

累減之餘𝍠。即以衍數𝍠〇〇〇爲用數。乃以甲定母𝍢累減題中甲賸數𝍠𝍫、餘𝍠。以一乘用數不變。即以用數𝍠〇〇〇爲甲總。　又試以乙行率𝍪𝍣、及乙定母𝍠𝍪𝍤、減乙行衍數𝍪𝍣、皆不足減。乃以乙定母減乙賸數𝍠𝍪𝍧、餘𝍢。不相應。知此位必求一。如上卷法求至第二層衍數餘𝍢。恰與題中乙再賸數同。即以其上寄數二十一、爲乘率。以乘衍數𝍪𝍣、得𝍤〇𝍣爲乙總。　又試以丙行率𝍠𝍮〇。減丙行衍數𝍢𝍰𝍤、餘𝍡𝍩𝍤。以丙定母𝍧累減之、餘𝍦。乃以丙定母𝍧累減丙賸數𝍭𝍤亦餘𝍦。兩餘數皆同。即以衍數𝍢𝍰𝍤爲丙總。　併三總、得一千八百七十九爲所求率。不滿衍母𝍢〇〇〇。即以一千

八百七十九爲所求里數。

右二題能明求乘率不拘求一之理。凡求得衍數中餘數、與題中賸數相應者、倣此推之。其理相通。較求一爲稍簡。

已上諸題、求法稍簡、而與舊法略同。此外有舊法不用之位。今拾而求之。得數不殊。其算理則無二也。述之如左。

即如上卷推計土功原題舊法以甲乙二縣無餘數、棄之。祇用丙丁二縣之餘數求之。得各縣所築堤長一千〇二十六丈。今以甲乙二縣爲主求之。得數亦同。演草如下。

草曰。以甲日築卒卌𠂉、與乙日築卒卌求等得三。以等三約卌、得卄。以卄與卌相乘、得卌。　試以丙日築卒卌累減之餘卌。與丙縣餘數同。　又試以丁日築卒卌累減之、餘卄。與丁縣餘數同。　故知卌卽各縣所築堤長也。　按此草得數太易、或不免偶合之疑。再設新題驗之如後、

今有物不知總。以九百九十五數之、賸一十二。以九百九十六數之適盡。以九百九十七數之適盡。以九百九十八數之賸一十二。以九百九十九數之賸三十六。問物幾何。

答曰。五百九十五萬八千〇七十二。

草曰以[illegible]與[illegible]求等、無等不約。以兩數相乘。得[illegible] 試以[illegible]累減之、餘[illegible]。以二除題中本位賸數[illegible]、得[illegible]。以六乘[illegible]、得[illegible]、 又試以[illegible]累減[illegible]、餘[illegible]。與題中本位賸數合。 又試以[illegible]累減之、餘[illegible]。與題中本位賸數合。 即知[illegible]爲所求物數。

右二題取數最速。然必題中有兩位適盡者始能馭之。由此推之。更立新術如後。

術曰。先取題中減數最大者命爲甲。其本位賸數爲子。又取略小於甲之減數爲乙。其本位賸數爲丑。乃以甲乙求等。以等約乙。無等不約。或以等約乙。得數與甲仍有等者。則不約乙而約甲。或任約甲約乙俱有等者、

則用析根法求之後仿此。甲乙相乘、得(申)。以乙累減子、餘(丙)。又以乙累減甲、餘(丁)。於丙內減去一丑、不足減者、加一乙以減之。下同。餘(戊)。以乙比定母丁比衍數、對列兩行、求得反乘率。以乘戊、得(巳)。甲巳相乘、得(庚)。併子庚、得(辛)。以甲累減辛、餘(壬)、已上爲一次求法

按凡題中有三次減數者、其求法有二次。有四次減數者、其求法有三次。以後減數每增一次、其求法亦每增一次。

又取題中略小於乙之減數、命爲(乙)。其本位賸數爲(丑)。乃以申乙求等、以等約乙申乙相乘、得(申)。以乙累減子、餘(丙)、又以乙累減申、餘(丁)。於丙內減去一丑、餘(戊)。以乙丁對列

兩行、求得反乘䒜。以乘戊、得㊁巳。申巳相乘、得㊁庚。併子庚、得㊁辛。以申累減辛、餘㊁子。已上爲二次求法

按其三次四次以往仿此求之。唯疊次各干支字上、多加一ノ爲識耳。

今有物不知總、以一十一數之、賸三。以一十九數之、賸五。以二十七數之、賸一十七。以三十五數之、賸二十一。問物幾何。

荅曰。二萬一千二百六十六。

草曰。依術得|||≡(甲)、‖⊢(子)、||⊢(乙)、⊢(丑)、乃以甲乙求等。無等不約甲乙相乘、得下≡|||≡(申)。以乙減子、不足減、卽得‖⊢(丙)。又以

乙累減甲、餘𝍧丁。於丙內減去一丑、餘𝍣戊。以乙丁對列兩行、求反乘率。式如左。

	右	左
	乙 𝍪𝍦	丁 𝍧
	左減右三 次餘𝍢	
	三 𝍢	一 𝍧
	右減左二 次餘𝍡	
	三 𝍢	七 𝍡
	左減右二 次餘𝍠	
	一 𝍠	

如法求得反乘率一十。以乘戊、得𝍣。㊐甲巳相乘、得下𝍮庚。併子庚、得𝍮𝍣辛。以申累減辛、餘𝍣𝍥子。又依術得𝍱𝍧申、𝍣𝍥子、𝍢乙、𝍤丑、乃以申乙求等。無等不約。申乙相乘、得下𝍮𝍦𝍤申。以乙累減子、餘𝍠丙。又以乙累減申、餘𝍢丁。於丙內減去一丑、不足減、加一乙以減之、餘得𝍫戊。以乙丁對列兩行、求反乘率。式如左。

如法求得反乘率四。以乘戊、得丅〇己。申己相乘、得亖丄〇〇庚。

併子庚、得亖丌丄辛。以申累減辛、餘得‖丨卄子。

又依術、得下丌‖≡申、‖丨卄子、丄乙、‖‖丑、乃以申乙求等。無等不約。

申乙相乘、得下‖≡≡甲。以乙累減子、餘〇丙。又以乙累減

申、餘‖‖丁。應於丙內減去一丑、而丙位空、乃加一乙以

減之、餘Ⅲ戊。以乙丁對列兩行、求反乘率式如左。

乙	丁
肯	亍
左減右一 次餘Ⅲ	
一 〣	一 亍
右減左二 次餘Ⅲ	
一 〣	三 Ⅲ
左減右一 次餘丨	
	四 丨

乙	丁
丄	Ⅲ
左減右三 次餘‖	
三 ‖	一 Ⅲ
右減左一 次餘丨	
三 ‖	四 丨
左減右一 次餘丨	
七 丨	

如法求得反乘率七。以乘戊、得||||丄㊁。以己相乘、得丅卌丄㊂。

併子庚、得丅卌㊃。以辛累減子、餘得|卌丅㊄、題中祇四次減

數。故其子數二萬一千二百六十六、即所求物數。

今有後漢四分術。木日率四千七百二十五。火日率一千

八百七十六。土日率九千四百一十五。金日率四千六百

六十一。水日率一千八百八十九。熹平三年甲寅、木日率

餘五。火日率餘七十五。土日率餘四十。金日率餘一百三

十三。水日率餘一十。此各日率所餘、即是置上元盡熹平三年積算。以各日率除去所餘之數

問上元以來盡熹平三年甲寅積歲幾何。及上元太歲所

在。此題錄求一算術。

答曰。積九千四百五十五歲上元太歲在庚辰。

草曰。依術得[illegible]甲、[illegible]子、[illegible]乙、[illegible]丑。乃以甲乙求等得[illegible]申。試以等約乙得[illegible]與甲仍有等知不約乙以約甲、得下[illegible]。與乙相乘、得[illegible]。以乙減子、不足減、卽得[illegible]丙。又以乙減甲之約數、不足減、卽得[illegible]丁。於丙內減去一丑、餘[illegible]戊。以乙丁對列兩行、求反乘率、式如左。

乙	丁
[illegible] 左減右十 次餘[illegible]	[illegible]
[illegible] 右減左一 次餘[illegible]	[illegible]
[illegible] 左減右一 次餘[illegible]	[illegible]
[illegible] 右減左三 次餘[illegible]	[illegible]

[illegible] 左減右二 次餘[illegible]	[illegible]
[illegible] 右減左一 次餘[illegible]	[illegible]
[illegible] 左減右十 次餘[illegible]	[illegible]
[illegible]	

如法求得反乘率四千三百二十一。以乘戊得[籌式](巳)。與甲之約數相乘、得[籌式](庚)。併子庚、得[籌式](辛)。以申累減辛、餘[籌式](子)。試以金日率[籌式]累減子、餘得[籌式]。與題中本位餘數合。又試以水日率[籌式]累減子、餘得[籌式]。與題中本位餘數合。又試以火日率[籌式]累減子、餘得[籌式]。與題中本位餘數合。故知子數九千四百五十五。卽上元盡熹平三年甲寅積歲。置積歲減一、餘九千四百五十四。滿六十去之、餘三十四。反減六十、餘二十六。命起甲寅算外、得庚辰。卽上元太歲所在也。

按此一次求法、卽以子數爲所求數者。緣子數已應

題中各賸數故不必再求也。或子數與題中某位賸

數不應、卽命某位爲乙。依術求之。至盡合乃止。

今有數不知總。以四十二數之賸一十三。以一百二十六數之、賸九十七。以一百三十二數之、賸三十七。以三十九數之、賸三十一。問總數若干。

荅曰。一千三百五十七。

草曰、依術得冃㊊、卌㊋、卌㊌、⊢㊉、乃以甲乙求等、得卌。與乙同數。知乙位可廢。

再依術得冃㊊、卌㊋、冃㊌、卌㊉、乃以甲乙求等、得丄。以試等六約乙得卄。與甲仍有等。知不約乙。又試以等六約甲得卄。與乙仍有等。知不約甲。任約甲乙

皆有等。則不約。以析根法求之。式如左。

甲泛 [算籌] 析母 [算籌] 定 [算籌]

乙泛 [算籌] 析母 [算籌] 定 [算籌]

以甲定乙定相乘、得[算籌]甲。以乙定減子。不足減、卽得[算籌]丙。又以乙定減甲定。不足減、卽得[算籌]丁。於丙內減去一丑。不足減、加一乙定以減之、餘[算籌]戊。以乙定與丁對列兩行、求反乘率。式如左。

乙定 [算籌]	左試右一	一	右減左二	一	左減右三	一
丁 [算籌]	次餘	[算籌]	次餘丁	三 丁	次餘一	一〇

如法求得反乘率一十。以乘戊得[算籌]己。與甲定相乘、得

卌(庚)。併子庚、得卌(辛)。應以申減辛不足減、卽得卌(子)。試以題中末次減數、皆累減子、餘卄。與本位賸數合、故卽以子數一千三百五十七、爲求得總數。

曾君栗諴以代數推求一題 坿

今有物不知數。三三數之、賸二。五五數之、賸三。七七數之、賸二。問物幾何

荅曰。二十三。

法以卯代所求物數。先將三所度之次數、以天代之。五所度之次數、以地代之。故得

卯＝三天丄二 (一)、

卯＝五地丄三 (二)、所以

三天丄二＝五地丄三 (三)。兩邊

同減一、得 三天＝五地丄一 (四)。兩邊均以三除、得 天＝$\frac{五地丄一}{三}$、即 天＝地丄$\frac{二地丄一}{三}$ (五)。令 $\frac{二地丄一}{三}$＝亥 (六)。則 天＝地丄亥 (七)。變六式、得 地＝$\frac{三亥丅一}{二}$、即 地＝亥丄$\frac{亥丅一}{二}$ (八)。令 $\frac{亥丅一}{二}$＝酉 (九)。則 地＝亥丄酉 (十)。變九式、得 亥＝二酉丄一。兩邊分母均已消盡。可用酉之同數推之。得各相等式如下。

亥＝二酉丄一

地＝亥丄酉＝三酉丄一

天＝地丄亥＝五酉丄二

惟 卯＝三天丄二、故 卯＝三(五酉丄二)丄二、即 卯＝一五酉丄六丄二、即 卯＝一五酉丄八。以一十五除八不足法。則知以三三數之賸二、五五數之賸三者。可改為一

十五數之賸八也。

法又以𠲒代所求物數。次將七所度之次數以天代之。十五所度之次數以地代之。故得

$𠲒=七天丄二$ ㈠、$𠲒=一五地丄八$ ㈡、所以 $七天丄二=一五地丄八$ ㈢、兩邊同減二、得 $七天=一五地丄六$ ㈣。兩邊均以七除之、得 $天=\frac{一五地丄六}{七}$、即 $天=二地丄\frac{地丄六}{七}$ ㈤。令 $亥=\frac{地丄六}{七}$ ㈥。則 $天=二地丄亥$ ㈦。變六式、得 $地=七亥丅六$。兩邊分母均已消盡。可用亥之同數推之。得各相等式。

$地=七亥丅六$

$天=二地丄亥=一五亥丅一二$。

惟 $𠲒=七天丄二$、故 $𠲒=七(一五亥丅一二)丄二$、即 $𠲒=一〇五亥丅八四丄二$、即 $𠲒=一〇五亥丅八二$。乃

以八十二反減一百○五、餘二十三。卽所求物數。按本應以一○五減八二、不足減、卽以八二爲所求物數、係八二爲負數、故反減耳。後仿此。

設有道里不知遠近、滿甲日行率三百里去之、賸七十九里、滿乙日行率二百五十里去之、賸一百二十九里、滿丙日行率二百里去之、賸七十九里、問道里遠近若干。

荅曰。一千八百七十九里。甲行六日、餘七十九里。乙行七日、餘一百二十九里、丙行九日、餘七十九里。

法以聊代所求里數、先將乙行日數、以天代之。甲行日數以地代之。故得

聊＝二五○天丄一二九 ㊀、

聊＝三○○地丄七九 ㊁、

所以

二五○天丄一二九 等於 三○○地丄七九 ㊂。

兩邊同

減去一百二十九、得 二五〇天＝一三〇〇地丅五〇 ㊃。兩邊均以二百五十除、得 天＝$\frac{一三〇〇地丅五〇}{二五〇}$。即 天＝地⊥$\frac{二五〇}{五〇〇地丅五〇}$ ㊄。令 $\frac{二五〇}{五〇〇地丅五〇}$＝亥 ㊅。則 天＝地⊥亥 ㊆。變六式、得 地＝$\frac{五〇}{二五〇亥丅五〇}$、即 地＝五亥⊥一。兩邊分母均已消盡。用亥之同數推得 地＝五亥⊥一 天＝地⊥亥＝六亥⊥一、惟 卯＝二五〇天⊥一二九、故 卯＝二五〇(六亥⊥一)⊥一二九、即 卯＝一五〇〇亥⊥二五〇⊥一二九、即 卯＝一五〇〇亥⊥三七九。乃以一千五百除三百七十九、不足法、則知以三百去之、賸七十九里、二百五十去之賸一百二十九里者、可改

爲一千五百去之賸三百七十九里也。法又以呐代所求里數。亥將丙行日數、以天代之。以一千五百所去之亥數、以地代之。故得

呐＝二〇〇天┴七九 ㈠、

呐＝一五〇〇地┴三七九 ㈡、

所以

二〇〇天┴七九＝一五〇〇地┴三七九 ㈢。

兩邊同減七十九、得

二〇〇天＝一五〇〇地┴三〇〇 ㈣。

兩邊均以二百除、得

$\text{天}=\frac{\text{一五〇〇地┴三〇〇}}{\text{二〇〇}}$、卽

$\text{天}=\text{七地┴一┴}\frac{\text{一〇〇地┴一〇〇}}{\text{二〇〇}}$ ㈤。

令

$\frac{\text{一〇〇地┴一〇〇}}{\text{二〇〇}}=\text{亥}$ ㈥。

則

天＝七地┴一┴亥 ㈦。

變六式、得

$\text{地}=\frac{\text{二〇〇亥┬一〇〇}}{\text{一〇〇}}$、卽

地＝二亥┬一。

兩邊分母均已

消盡。可用亥之同數推之。得地＝二亥⊥一、天＝七地⊥一＝一五亥⊥六、惟卯＝二○○天⊥七九、故卯＝二○○(一五亥⊥六)⊥七九、即卯＝三○○○亥⊥一二○○⊥七九、即卯＝三○○○亥⊥一二七九。

乃以一千一百二十一反減三千。餘一千八百七十九、即所求里數也。

今有物不知數以一十一數之賸三。以一十九數之賸五、以二十七數之賸一十七。以三十五數之賸二十一。問物幾何。

荅曰二萬一千二百六十六。

法以卯代所求物數先將一十一所度之次數以天代

之。二十九所度之次數以地代之。故得㊀、㊁、所以㊂。兩邊同減三、得㊃。兩邊均以十一除、得即、㊉。

㊄。令㊅。則㊆。變六式、得即、㊇。令㊈。則㊉。

變九式、得即、⑪。令⑫。則⑬。變十二式、得即、

⑭。令⑮。則⑯。變十五式、得。兩邊分母均已消盡。可

用末之同數推之。得

申＝二末

酉＝申⊥末⊤＝三末⊤一、

亥＝二酉⊥申＝八末⊤二

地＝亥⊥酉＝一一末⊤三

天＝地⊥亥＝一九末⊤五、

惟

卯＝一一天⊥三、

故

卯＝一一(一九末⊤五)⊥三、

即

卯＝二〇九末⊤五五⊥三、

即

卯＝二〇九末⊤五二。

以五十二反減二百〇九、餘一百五十七。則知以一十一數之賸三、以一十九數之賸五者。可改爲以二百〇九數之賸一百五十七也。

法又以卯代所求物數。次將二十七所度之次數、以天代之。二〇九所度之次數、以地代之。故得

卯＝二七天⊥一七 ㊀、

卯＝二〇九地⊥五七 ㊁、

所以

二七天⊥一七

等於二〇九地丄一五七㊂。兩邊同減一十七、得$二七天=二〇九地丄一四〇$㊃。兩邊同以二十七除之、得$天=\frac{二〇九地丄一四〇}{二七}$卽、$天=七地丄五丄\frac{二〇地丄五}{二七}$㊄。令$\frac{二〇地丄五}{二七}=亥$㊅。則$天=七地丄亥丄五$㊆。變六式、得$地=\frac{二七亥丅五}{二〇}$卽、$地=亥丄\frac{七亥丅五}{二〇}$㊇。令$\frac{七亥丅五}{二〇}=酉$㊈。則$地=亥丄酉$㊉。變九式、得$亥=\frac{二〇酉丄五}{七}$卽、$亥=二酉丄\frac{六酉丄五}{七}$⑪。令$\frac{六酉丄五}{七}=申$⑫。則$亥=二酉丄申$⑬。變十二式、得$酉=\frac{七申丅五}{六}$卽、$酉=申丄\frac{申丅五}{六}$⑭。令$\frac{申丅五}{六}=未$⑮。則$酉=申丄未$⑯。變十五式、得$申=六未丄五$。兩邊分母均已消盡。可用未之同數推之。得各相等式如下。

申＝六未丄五　酉＝申丄未＝七未丄五　亥＝二酉丄申＝二〇未丄一五　地＝亥丄酉＝二七未丄二〇　天＝七地丄亥丄五＝二〇九未丄一六〇。惟哪＝二七天丄一七、故哪＝二七（二〇九未丄一六〇）丄一七、即哪＝五六四三未丄四三二〇丄一七、即哪＝五六四三未丄四三三七。以五千六百四十三、除四千三百三十七不滿法。則知以一十一數之賸三、以一十九數之賸五、以二十七數之賸一十七者可改爲以五千六百四十三數之賸四千三百三十七也。法又以哪代所求物數。終將三十五所度之次數、以天代之。五六四三所度之次數、以地代之。故得哪＝三五天丄三二（一）、哪＝五六四三地丄四三三七（二）、所

以[illegible]③。兩邊同減二十一、得[illegible]④。兩邊同以三十五除

之、得[illegible]、即[illegible]⑤。令[illegible]⑥。則[illegible]⑦。變六式、得[illegible]、即[illegible]⑧。令

[illegible]⑨。則[illegible]⑩。變九式、得[illegible]、即、[illegible]⑪。令[illegible]⑫。則[illegible]⑬。變十二

式、得

首＝三甬

即、

首＝甬丄二甬

(十四)。令

二甬＝米

(十五)。則

首＝甬丄米

(十六)。變十五式、得

甬＝二米。兩邊分母均已消盡。用米之同數推之。得各相等式、

甬＝二米

首＝甬丄米＝三米

亥＝二首丄甬丄一＝八米丄一

地＝兩亥丄首丅一＝三五米丄三

天＝一六一地丄亥丄二二＝五七四三米丄六七

惟

卯＝三五天丄二一、

故

卯＝三五(五七四三米丄六七)丄二一、

即

卯＝一九七五〇五米丄二三四五丄二一、

即

卯＝一九七五〇五米丄二三六六。乃以一十九萬七千五百〇五、除

二萬一千二百六十六。不足法。其二萬一千二百六十六。即所求物數也。

求一術通解卷下